

Connessioni Teoria di Twistor-stringa e Teoria Neutrinica

Twistor e spazio twistoriale.

Consideriamo i numeri complessi, fondamentali per la teoria quantistica, la cui struttura è alla base anche della struttura dello spazio-tempo. Questi sono i numeri della forma $z = x + iy$, con x, y reali, dove "i" soddisfa la relazione "i elevato al quadrato = -1", e l'insieme di tali numeri è denotato con C . Si possono rappresentare questi numeri su un piano (il piano complesso) o, se si aggiunge un punto all'infinito, su una sfera: la "sfera di Riemann". La sfera può essere proiettata su un piano (assieme a un punto all'infinito). Facciamo passare il piano per l'equatore della sfera e congiungiamo ogni punto della sfera al polo sud. Evidenziamo che in quest'applicazione della sfera nel piano, il polo nord va all'origine, il polo sud all'infinito e l'asse reale corrisponde ad un cerchio verticale che passa per i poli nord e sud. E' possibile ruotare la sfera in modo che i numeri reali corrispondano all'equatore. Supponiamo che ci venga data una funzione a valori complessi di una variabile reale x : è possibile pensare $f(x)$ come una funzione definita sull'equatore, inoltre, $f(x)$ è una funzione a frequenza positiva se può essere estesa ad una funzione olomorfa (analitica complessa) sull'emisfero nord e similmente f è una funzione a frequenza negativa se può essere estesa similmente all'emisfero sud. L'idea della teoria dei twistor è la seguente: dato un campo nello spazio-tempo di Minkowski, si vuole dividerlo in parti a frequenza positiva e negativa. Per comprendere tale divisione è necessario costruire uno "spazio twistoriale".

La funzione d'onda di una particella di spin $1/2$ può essere in una "sovrapposizione" lineare di "spin su" e "spin giù" (vedi formula (1). Ricordiamo che lo spin di una particella è il momento angolare o momento di rotazione proprio di una particella elementare. Gli elettroni, i protoni, ad esempio, hanno spin $1/2$, i fotoni ed i mesoni, invece, hanno spin 0 . Gli elettroni ed i protoni, inoltre, secondo la Teoria Neutrinica, non sono altro che "linee di neutrini polarizzati", mentre a costituire un fotone è solo un neutrino alla volta a polarizzarsi, il fotone, cioè, è un neutrino polarizzato). Questo stato può essere rappresentato da un punto z/w sulla sfera di Riemann, e questo punto corrisponde al luogo in cui l'asse positivo dello spin, tirato dal centro, interseca la sfera.

Lo spazio dei "raggi di luce" che passano per un punto nello spazio-tempo è una sfera di Riemann. Quindi il gruppo di simmetria fondamentale della fisica che mette in relazione osservatori in moto con velocità diverse, ossia il gruppo di Lorentz (ristretto) può essere realizzato come il gruppo di automorfismo della sfera di Riemann. L'idea di base della teoria dei twistor è quella di cercare di sfruttare il legame fra la meccanica quantistica e la struttura dello spazio-tempo, quale si manifesta nella sfera di Riemann, estendendo questa idea all'intero spazio-tempo. Lo spazio-tempo e lo spazio twistoriale sono correlati da una corrispondenza che mette i raggi di luce nello spazio-tempo in correlazione a punti nello spazio twistoriale. Un punto nello spazio-tempo è quindi rappresentato dall'insieme dei raggi di luce che passa attraverso di esso. Così un punto nello spazio-tempo diventa una sfera di Riemann nello spazio twistoriale. Se pensiamo i raggi di luce come storie di fotoni (quindi come storie di neutrini polarizzati), dobbiamo anche tener conto dell'energia del fotone nonché della sua elicità (che è quel numero che definisce la relazione fra la

direzione del vettore quantità di moto "p" di una particella elementare e quella del suo vettore di spin "s"), la quale può essere sinistrorsa o destrorsa. Si finisce così con l'avere uno spazio proiettivo complesso tridimensionale (6 dimensioni reali), CP³. Questo è uno "spazio proiettivo twistoriale" (PT). Esso ha un sottospazio pentadimensionale PN, che suddivide lo spazio PT in due parti, le parti sinistrorsa e destrorsa PT⁻ e PT⁺.

(E' interessante notare, ritornando per un attimo ai fotoni, che essi sono "bosoni", cioè particelle mediatrici di forza, in questo caso della forza elettromagnetica. Ma se essi, per la Teoria Neutrinica, non sono altro che neutrini polarizzati, ed i neutrini, come abbiamo più volte ribadito, sono "fermioni", allora, nuovamente, (i) si evidenzia la chiara relazione tra bosoni e fermioni, (ii) è ulteriormente confermata la formula del modello di Palumbo applicato alla teoria di stringa che connette l'azione di stringa bosonica con quella di superstringa, e (iii) la comune origine dei bosoni e dei fermioni: il neutrino).

Ora, i punti nello spazio-tempo sono dati da quattro numeri reali, e lo spazio proiettivo twistoriale può essere coordinatizzato dai rapporti di quattro numeri complessi. Se un raggio di luce, rappresentato nello spazio twistoriale da (Z₀, Z₁, Z₂, Z₃), passa per il punto (r₀, r₁, r₂, r₃) nello spazio-tempo, allora è soddisfatta la relazione di "incidenza" (2). Per ogni quadrivettore "r" elevato "a" definisce la quantità "r" elevato "AA'", la cui matrice di componenti è data dalla (3). La condizione che "r" elevato "a" sia reale è semplicemente che la quantità "r" elevato "AA'" sia hermitiana. (Ricordiamo a tale proposito che ogni matrice si dice hermitiana se coincide con la propria trasposta coniugata. Nel calcolo matriciale, la trasposizione è l'operazione con la quale a partire da una matrice A, m x n, si costruisce la matrice n x m, denotata con A', avente per colonne ordinatamente le righe di A di ugual posto). Un punto nello spazio twistoriale è definito da due spinori (lo spinore è un ente geometrico a 2 componenti in grado di rappresentare i due orientamenti di una particella con spin semintero, come è, ad esempio, il protone, che per la Teoria Neutrinica è una "linea di neutrini polarizzati" ovvero cariche primarie positive, cioè positrini), con componenti dati dalle formule (4) e (5). La relazione d'incidenza (2) si trasforma allora nella (6). Sotto uno spostamento di origine avremo la (7). Il twistor rappresenta i quattro componenti della quantità di moto p(a) ed i sei componenti del momento angolare M^{ab} di una particella priva di massa, come, ad esempio, il neutrino. (Ricordiamo che quando una carica primaria negativa, cioè l'elettrone, si compenetra con una carica primaria positiva, cioè il positrone, si origina il neutrino, inerte, privo di campo e quindi di massa, che è il componente elementare dello spazio, anche, nel caso che stiamo esaminando, dello spazio twistoriale). Le espressioni sono date dalla (8), dove le parentesi denotano la parte simmetrica e "epsilon"(AB) ed "epsilon"(A'B') sono i simboli asimmetrici di Levi-Civita. La quantità di moto p(a) è nulla ed orientata verso il futuro ed il vettore spinoriale di Pauli-Lubanski è il prodotto dell'elicità "s" per il quadrivettore quantità di moto. L'elicità può essere scritta secondo la formula (9), dove il complesso coniugato del twistor "Z" elevato "alfa" è il twistor "duale" Z segnato "alfa". Qui s = 0 corrisponde a particelle destrorse e quindi a quella che noi consideriamo la metà superiore dello spazio twistoriale PT⁺, e s < 0 a particelle sinistrorse, ossia alla metà inferiore PT⁻. Noi riceviamo raggi di luce reali nel caso s = 0.

Per avere una teoria quantistica dei twistor si deve definire una funzione d'onda dei twistor, una funzione dai valori complessi f(Z^{alfa}) sullo spazio twistoriale.

Nello spazio twistoriale le relazioni di commutazione sono date dalle formule (10) e (11), dove Z "alfa" e Z segnato "alfa" sono variabili coniugate e la funzione d'onda deve essere una funzione olomorfa di Z "alfa". Riguardo l'espressione per l'elicità bisogna prendere il prodotto simmetrico dato dalla (12) che, nel quadro dello spazio delle Z "alfa" può essere riespresso come nella formula (13). E' possibile poi ottenere una descrizione spaziotemporale di $f(Z)$ e lo si fa attraverso un integrale di linea (vedi formule (14) e (15)) dove l'integrale è su un contorno nello spazio di quelle Z incidenti con r ed il numero di "pi greco" o di "delta/delta w" dipende dallo spin e dalla chiralità del campo. (La chiralità è una proprietà geometrica posseduta da oggetti, figure geometriche o insiemi di punti, che sono non sovrapponibili alla propria immagine speculare). Questa equazione definisce un campo spaziotemporale "fi"...(r) che soddisfa automaticamente le equazioni di campo per una particella priva di massa. (E' interessante a questo punto, notare che il neutrino è da considerarsi una particella priva di massa, e, quindi, come le espressioni (14) e (15) siano ottimamente correlate con i membri di destra delle equazioni (5) e (6) del lavoro "Connessioni tra Teoria Neutrinica e Teoria di Stringa". Da qui l'evidente connessione tra Teoria Neutrinica-Teoria dei Twistor-Teoria di Stringa). Geometricamente il punto r nello spazio-tempo è una linea CP^1 (che è una sfera di Riemann) nello spazio twistoriale. Questa linea deve intersecare la regione in cui è definita la $f(Z)$: la $f(Z)$ non è in generale definita dappertutto ed ha luoghi singolari. Per comprendere quest'ultima affermazione, consideriamo una collezione di intorni aperti della regione dello spazio twistoriale a cui siamo interessati. La funzione twistoriale deve essere definita sull'intersezione di coppie di questi insiemi aperti.

Per la rappresentazione spaziotemporale della funzione d'onda di una particella libera non massiva di spin generico, l'equazione di Schrodinger si traduce in una certa equazione nota come "equazione del campo libero non massivo". Un esempio, nel caso di spin $1/2$, è l'equazione di Dirac-Weyl per il neutrino non massivo, che è una particella con elicità sinistrorsa. Nel caso di elicità negativa $S = -1/2 n$, abbiamo una quantità " ψ "($AB...D$) e, nel caso di elicità positiva $S = 1/2 n$, una quantità " ψ "($A'B'...D'$) con indici con apice, ciascuna delle quali è completamente simmetrica rispetto a tutti i suoi n indici ed ha frequenza positiva. Quando $n = 2$ (spin 1), si hanno le equazioni del campo libero di Maxwell nei casi antiautoduale e autoduale, rispettivamente. (Notiamo che lo spin 1 rappresenta la somma di particelle quali il protone e l'elettrone che, per la Teoria Neutrinica, sono considerate "linee di neutrini polarizzati", quindi positrini ed elettrini rispettivamente). Quando $n = 4$, si hanno le equazioni di Einstein per il campo debole, spezzate nelle parti antiautoduale e autoduale, dove si ritiene che la curvatura sia una perturbazione infinitesimale dello spazio piatto M . Risulta, infine, che vi è un'espressione esplicita in forma di integrale sul contorno (espressioni (14) e (15)) che fornisce automaticamente la soluzione generale di frequenza positiva delle equazioni del campo libero non massivo (campo di particelle quali i neutrini), partendo semplicemente dalla funzione twistoriale $f(Z)$ "alfa".

E' importante sottolineare infine, che la funzione d'onda twistoriale di un fotone sarebbe la somma di due parti, una omogenea di grado 0, che descrive la componente sinistrorsa ($S = -1$), ed una di grado -4, che descrive la componente destrorsa ($S = 1$). (Evidenziamo che, per la Teoria Neutrinica, un fotone consiste nella propagazione di un processo di polarizzazione di neutrini, quindi di una modulazione mobile). Un neutrino, supposto

essere una particella priva di massa, avrebbe una funzione d'onda omogenea di grado -1 (poiche l'elicità è $-1/2$), mentre la funzione d'onda di un antineutrino (non massivo) sarebbe di grado -3.

Per quanto concerne un gravitone, che supporremo essere una particella non massiva di spin 2 in uno spazio piatto di fondo di Minkowski, la sua parte sinistrorsa ($S = -2$) ha una funzione twistoriale di grado di omogeneità +2, mentre la parte destrorsa ($S = 2$) ha una funzione twistoriale di grado -6. (Notiamo che anche un gravitone, che è un bosone come il fotone, può essere considerato, secondo la Teoria Neutrinica, la propagazione di un processo di polarizzazione di neutrini, quindi anch'esso una modulazione mobile).

Conclusioni.

Da quanto detto in questi tre articoli, sembra evidente che la Teoria Neutrinica del Prof. Cesare Colangeli approfondita ed ampliata da Don Luigi Borello, sia intimamente connessa con le teorie più moderne nell'ambito della fisica teorica, che cerca di arrivare ad una Teoria del Tutto. Inoltre, dalle relazioni (5) e (6) del lavoro "Connessioni tra Teoria Neutrinica e Teoria di Stringa", viene rafforzata l'ipotesi mia e del Palumbo, secondo cui l'azione bosonica sia intimamente correlata a quella di superstringa (contenente anche fermioni) e vengono avvalorate le formule fondamentali della Teoria Neutrinica, che assumono, a mio avviso, un aspetto molto importante ed utile per gli ulteriori approfondimenti delle attuali tesi della fisica teorica.

Michele Prof. Nardelli

Ringraziamenti.

Anche per quest'ultimo lavoro, ritengo doveroso ringraziare il Cav. Giovanni Borello, che mi ha permesso di venire a conoscenza delle teorie dell'insigne scienziato Don Luigi Borello, che sono state fonte di grande ispirazione per questa mia ricerca.

Formule matematiche

$$\omega \left| \uparrow \right\rangle + z \left| \downarrow \right\rangle \quad (1) \quad \begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix} \quad (2) \quad r^{AA'} = \begin{pmatrix} r^{00'} & r^{01'} \\ r^{10'} & r^{11'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} r^0 + r^3 & r^1 + ir^2 \\ r^1 - ir^2 & r^0 - r^3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\omega^A \equiv \begin{pmatrix} \omega^1 \\ \omega^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^0 \\ Z^1 \end{pmatrix} \quad (4) \quad \pi_{A'} \equiv \begin{pmatrix} \pi'_0 \\ \pi'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^2 \\ Z^3 \end{pmatrix} \quad (5) \quad \omega = ir\pi \quad (6) \quad \omega^A \mapsto \omega^A - iQ^{AA'}\pi_{A'} \quad (7)$$

$$p_{AA'} = i\bar{\pi}_{A'}\pi_A, M^{AA'BB'} = i\omega^{(A'B)}\pi\bar{\varepsilon}^{AB} - i\varepsilon^{AB}\bar{\omega}^{(A'B')}\pi \quad (8) \quad s = \frac{1}{2}Z^\alpha\bar{Z}_\alpha \quad (9) \quad [Z^\alpha, \bar{Z}_\beta] = \hbar\delta_\beta^\alpha [Z^\alpha, Z^\beta] = 0 \quad (10)$$

$$[\bar{Z}_\alpha, \bar{Z}_\beta] = 0 \quad (11) \quad s = \frac{1}{4}(Z^\alpha\bar{Z}_\alpha + \bar{Z}_\alpha Z^\alpha) \quad (12) \quad s = \frac{\hbar}{2}\left(-2 - Z^\alpha \frac{\partial}{\partial Z^\alpha}\right) \quad (13)$$

$$\phi_{A\dots G^{(r)}} = \int_{\omega \sim \bar{\nu}_x} \pi_A \dots \pi_G f(Z^\alpha) \pi_{\bar{y}} d\pi^{\bar{y}} \quad (14) \quad \phi_{A\dots G^{(r)}} = \int_{\omega \sim \bar{\nu}_x} \frac{\partial}{\partial \omega^A} \dots \frac{\partial}{\partial \omega^G} f(Z^\alpha) \pi_{\bar{y}} d\pi^{\bar{y}} \quad (15)$$